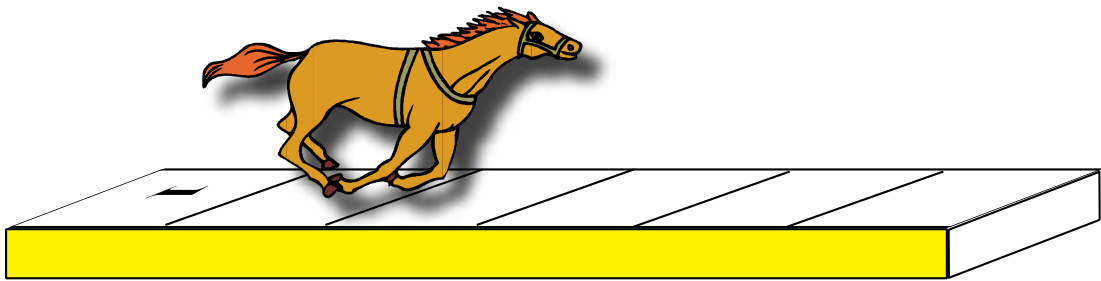


Probabilidad



Suerte y predicciones

Resultados

- Usar razón y una variedad de vocabulario para describir las posibilidades de un evento.
- Usar ejemplos para hacer predicciones.
- Proveer a los padres la oportunidad de explorar la probabilidad y aplicarla a la vida diaria.

Resumen

Después de ser recibidos por los presentadores, hacer una estimación, y aprender un poco sobre el programa MAPPS, los participantes exploran la probabilidad de un evento. Los participantes anotan algunos eventos en una línea numerada de 0 (nunca) a 1 (siempre). Habrá oportunidad para discutir las opciones que escogieron y los participantes aprenderán que el 0% probabilidad de que algo ocurra significa que no llegará a ocurrir y así las probabilidades aumentan hasta el 100%, significando que el evento ocurrirá con seguridad.

Luego, se presenta un juego donde se usa la suma de los números de dos cubos y se juega. Mientras se divierten, los estudiantes están recibiendo una introducción al concepto de la probabilidad.

Usando un formulario, los participantes exploran el espacio para el juego. Ellos calculan la probabilidad de cada suma en los dados. Por medio de una conversación hacen una conexión con las probabilidades de los cubos numerados.

La parte de la actividad de esta sesión se da por terminada al explorar si el juego original tiene justificación. Luego tienen la oportunidad de examinar otro juego parecido para determinar si es justo o no. Esta manera de pensar se usa también en las actividades que los padres llevarán a casa.

En este momento, los participantes tienen la oportunidad de conversar ideas relacionados con el programa de estudios del distrito. Es el momento también para hacer conexiones sobre los temas de la sesión, los ejemplos del programa de estudios y los estándares nacionales de matemáticas sobre la probabilidad.

Conocimientos matemáticos

Los conceptos matemáticos de este módulo incluyen:

- Probabilidad: Espacio ejemplar (resultados posibles)
 - Probabilidad de un evento (Ver la Nota C en las notas de los presentadores)
 - Notación de probabilidad (Ver la página 8 en las notas de los presentadores)
- Sentido Numérico: Creando fracciones para representar un evento (Ver BLM 67:
 - Probabilidad)
 - Cocientes

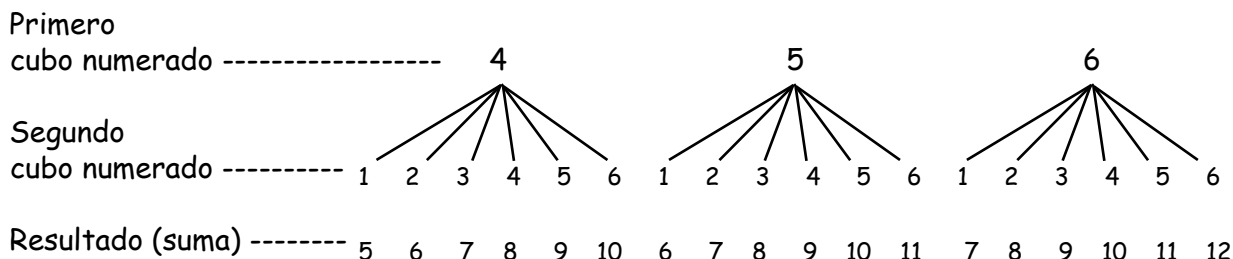
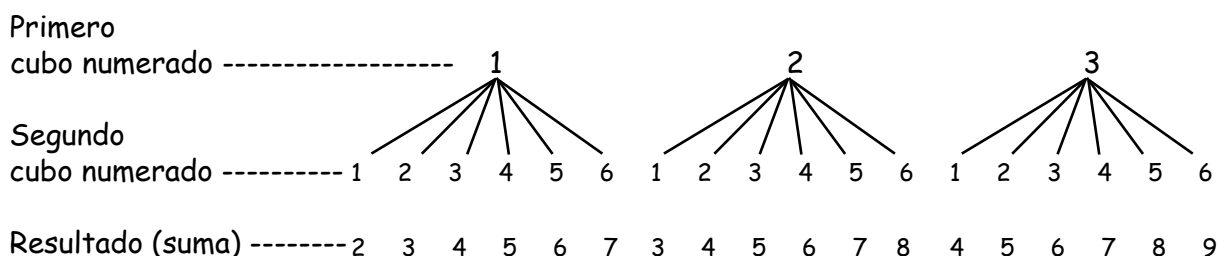
Probabilidad de teoría y experimentación:

Si tiene un grupo avanzado, una extensión para esta sesión que sería buena es la idea de probabilidad teórica versus la probabilidad experimental. Las probabilidades experimentales se encuentran en simulaciones o por medio de experimentos. Las simulaciones son situaciones que actúan de la misma manera que un experimento real. Las carreras al principio de la sesión fueron simulaciones que pueden ser usadas para probabilidades experimentales. Encuentre el número total de carreras y saque el total del número de veces que cada caballo ganó. Estas son las probabilidades experimentales de cada caballo. Conviértalas en porcentajes dividiendo el numerador entre el denominador. Por ejemplo, si hubo 40 carreras y el número 7 ganó 10 veces, $P(7) = 10/40$. 10 dividido por 40 = 0,25 o 25%. Así es que $P(7) = 25\%$.

La probabilidad de teoría fue calculada en el formulario de respuestas. Muestre que, en teoría, el 7 debe ganar 6 de las 36 veces, o un poco menos de 17% de las veces. ¿Por qué no son iguales la manera teórica y experimental? La idea detrás de la teoría es que a la larga, la probabilidad experimental llegará a estar muy cerca de la probabilidad teórica.

Espacio de muestra

El espacio de muestra de un evento es una lista de todas las posibilidades. Una manera común de hacer un espacio de muestra es usar un formulario como el que estamos usando en esta sesión, un diagrama (ilustrado abajo) de árbol o inspección simple (como en un cubo numerado).



Cocientes: Los cocientes pueden expresarse de varias maneras. La manera usada en este módulo es el de las fracciones ($25/100$). También pueden ser representados con porcentos (25%), decimales (0,25), y comparaciones (25:100).

Arreglo del salón

- Arreglar mesas para grupos de 3-4
- Mesa para las provisiones
- Mesa para las hojas de inscripción
- Mesa para los aperitivos y las actividades de estimación
- Retroproyector y pantalla
- Papel y un caballete
- Un lugar para anotar las exploraciones
- Un lugar para poner el papel grande en rollo
- Espacio adecuado para que los participantes puedan ponerse en fila

Materiales

Presentador	Transparencias
<ul style="list-style-type: none"> • Retroproyector • Plumas para el retroproyector • Transparencias en blanco • Papel para el caballete • Rotuladores • Rotuladores de colores • Cinta adhesiva • Reloj automático • Preguntas de estimación (preparadas por el facilitador) • Premios económicos 	<p><i>BLM 1: Bienvenidos</i> <i>BLM 63: De nunca a siempre</i> <i>BLM 64: Escala de nunca a siempre</i> <i>BLM 65: Instrucciones para la carrera de caballos</i> <i>BLM 67: Matriz de resultados</i> <i>BLM 69: Instrucciones de probabilidad</i> <i>BLM 71: Expectativas de NCTM</i></p>
Participante	Hojas
<p>Individuos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Papel • Lápiz • Calculadoras <p>Grupos de 2-4</p> <ul style="list-style-type: none"> • Tablero de la Carrera de caballos • Dados o cubos numerados 	<p>Uno para cada participante de la clase <i>BLM 63: Nunca a siempre</i> <i>BLM 65: Instrucciones para la carrera de caballos</i> <i>BLM 66: Tablero de la carrera de caballos</i> <i>BLM 67: Matriz de resultados</i> <i>BLM 68: Probabilidad</i> <i>BLM 70: ¿Es justo?</i> <i>BLM 71: Expectativas de NCTM</i></p> <p>Uno para cada participante para la casa <i>BLM 72: Una carrera diferente</i> <i>BLM 73: Variaciones de los juegos para casa</i> <i>BLM 73: Problema doble</i></p>

Tiempo necesario

2 horas

Preparación y organización (1 hora y 55 minutos)

Parte 1: Empezar (10 minutos)

Muestre la transparencia del taller uno:

BLM 1: Bienvenidos

Haga una copia para cada participante:

BLM 63: Nunca a siempre

Parte 2: Crear el ambiente (10 minutos)

Haga una transparencia de:

BLM 64: Escala de nunca a siempre

Parte 3: La carrera de caballos (15 minutos)

Haga transparencias de:

BLM 65: Instrucciones para la carrera de caballos

Haga una copia para cada participante:

BLM 65: Instrucciones para la carrera de caballos

BLM 66: Tablero de la carrera de caballos

Parte 4: Calcular probabilidad (30 minutos)

Haga transparencias de:

BLM 67: Matriz de resultados

BLM 69: Instrucciones de probabilidad

Haga una copia para cada participante:

BLM 67: Matriz de resultados

BLM 68: Probabilidad

Parte 5: Crear un juego justo (30 minutos)

Haga una copia para cada participante:

BLM 70: ¿Es justo?

Parte 6: Conexiones (10 minutos)

Haga transparencias de:

BLM 71: Expectativas de NCTM

Haga una copia para cada participante:

BLM 71: Expectativas de NCTM

Parte 7: Aplicaciones para la casa (5 minutos)

Haga una copia para cada participante:

BLM 72: Una carrera diferente

BLM 73: Variaciones de los juegos para casa

BLM 74: Problema doble

Parte 8: Cierre (5 minutos)

No hay hojas ni transparencias

Premios, reflexiones y evaluaciones

Recursos para los presentadores

Artículos

Aspinwall, Leslie and Shaw, Kenneth, “*Enriching Students’ Mathematical Intuitions with Probability Games and Tree Diagrams*”, *Mathematics Teaching in the Middle School*, Vol. 6, No.4, December 2000. p. 214.

Libros

Math on Call: A Mathematics Handbook. Great Source Education Group, 1998, p. 465.

Standards 2000 Project, *Principles and Standards for School Mathematics*, The National Council of Teachers of Mathematics, Inc (NCTM), 2000, P. 48-51, ISBN 0-87353-480-8, www.nctm.org

Programas de enseñanza

Connected Mathematics Program: *How Likely Is It?*, Lappan, Fey, Fitzgerald, Friel, and Phillips, Prentice Hall, 2002.

Conexiones en Internet

Proyecto interactivo tiene varios sitios interesantes--solamente en inglés. Su página principal es:

<http://www.shodor.org/interactivate/index.html>

Los siguientes son un par de ejemplos de sus actividades de probabilidad:

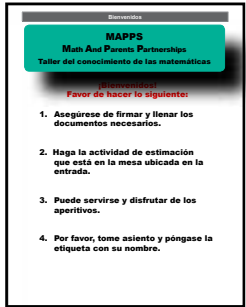
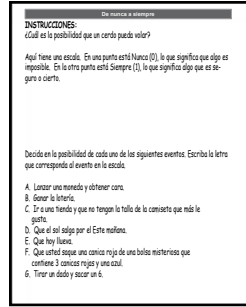
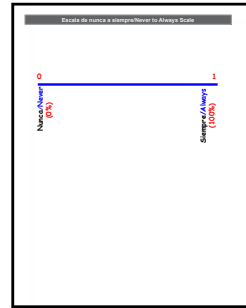
Carrera interactiva de coche: 1 dado, tiene la capacidad de cambiar el juego

<http://www.shodor.org/interactivate/activities/race/index.html>

La puerta de Monty Hall: cámbiela o quédase con la primera

<http://www.shodor.org/interactivate/activities/monty3/index.html>

Actividades

Preparación del salón	Notas
<ol style="list-style-type: none"> Arregle los escritorios o las mesas en grupos de 3 ó 4 Arregle una mesa con la hoja de inscripción, etiquetas para los nombres y los tentempiés. En otra mesa ponga las actividades de estimación. Ponga el BLM 63: Nunca a siempre en las mesas para que los participantes conversen en cuanto lleguen. Muestre la transparencia BLM 1: ¡Bienvenidos!. Prepare y muestre un cartel con la agenda y el propósito de la sesión. 	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div data-bbox="950 262 1193 598"> <p>BLM 1: Transparencia</p>  </div> <div data-bbox="1209 262 1453 598"> <p>BLM 63: Hoja</p>  </div> </div>
Parte 1: Empezar (10 minutos)	
<p>Presentaciones</p> <ol style="list-style-type: none"> Preséntese a los participantes y hable de las razones por las que forma parte del programa. Luego pida que los participantes también se presenten. Brevemente explique el programa MAPPS. Pida que los participantes que hayan participado en otras sesiones hablen sobre el programa y que compartan sus experiencias. Dé a los participantes un resumen de la sesión. Muestre el cartel con la agenda y el propósito de la sesión. Cuando hable de la agenda, explique a los participantes cuál es el plan para incluir a los niños en la sesión. 	
Parte 2: Crear el ambiente (10 minutos)	
<ol style="list-style-type: none"> Los participantes conversan sobre lo que pusieron en la escala de Nunca a siempre. Los presentadores anotan algunos de los eventos en las transparencias de BLM 64: La escala de nunca a siempre. Algunas palabras de vocabulario que puedan surgir son: misma oportunidad, raro, raramente, algunas veces, más seguro y probablemente. Si estas palabras surgen de manera natural, hay que explicarlas. Pregunte dónde se usa la probabilidad en la vida diaria. Anote las ideas que se compartan. Diga a los participantes que el tema de esta sesión es sobre la probabilidad. Ellos jugarán un juego y luego calcularán probabilidades. Finalmente se explicará la probabilidad en el plan de estudios. 	<p>BLM 64: Transparencia</p> 

Actividades

Parte 3: La carrera de caballos (15 minutos)

1. Distribuya **BLM 65**: Instrucciones para la carrera de caballos a los participantes. Muestre cómo jugar el juego de Carrera de caballos usando la transparencia.

2. Pida a los participantes que trabajen en parejas o en grupos pequeños. Pídale a cada grupo que juegue cuatro juegos de la Carrera de caballos usando el **BLM 66: Tablero de carrera de caballos**. Antes de procesar, recoja los cubos numerados. Anote las sumas ganadas de cada grupo en un papel grande. Ver la **Nota A**.

3. Converse sobre el juego. Recuerde que, cuando los participantes noten algo sobre el juego, no hay respuestas incorrectas, sólo observaciones. Algunas de las ideas que deben surgir en esta discusión son, por ejemplo, que la suma de número 1 nunca se obtendrá, que la suma de 6, 7 y 8 son los que se obtienen con más frecuencia, que algunas de la sumas son muy difíciles de obtener y que el juego es injusto. (En un juego justo, cada jugador tiene la misma posibilidad de ganar). Para lograr obtener estas ideas de los participantes, empiece con las siguientes preguntas:

- ¿Qué fue lo que notó acerca del juego?

Otras preguntas para propiciar ideas que no han sido mencionadas son:

- ¿Hay algunos sumas que salen con más frecuencia o menos que otros?
- ¿Piensa usted que cada número tiene la misma posibilidad de ganar?

Parte 4: Calcular la probabilidad (30 minutos)

1. Diga a los participantes que van a ver la matemática que apoya nuestras ideas sobre el juego. Distribuya **BLM 67: Matriz de resultados** mientras usa la transparencia para mostrar cómo llenar el formulario. Ver la **Nota B** del formulario lleno. Pregunte:

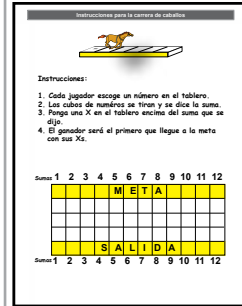
- ¿Si lanzamos un uno con el primer dado y luego otro uno con el segundo, ¿cuál será el suma?

(Escriba el 2 en la caja, mostrando el total de los dados.) Si es necesario, continúe con los ejemplos.

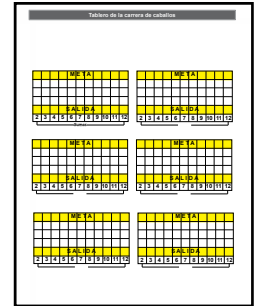
2. Los participantes llenan la matriz y contestan las preguntas debajo de la matriz.

Notas

BLM 65: Transparencia / Hoja



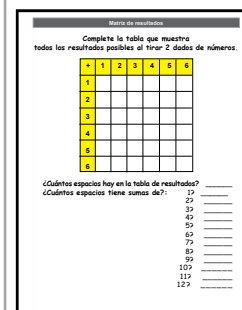
BLM 66: Transparencia



A. Nota: Ejemplo de cómo anotar las sumas que ganaron.

1		7	
2		8	
3		9	
4		10	
5		11	
6		12	

BLM 67: Transparencia / Hoja



B Nota: Matriz llenada

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Actividades

Parte 4: Calcular la probabilidad (continuación)

3. Pregunte:

- *Mientras vemos como ocurre cada suma, ¿hay algunas sorpresas?*
- *¿Cómo se relaciona esta información con nuestra matriz de resultados?*

Los participantes deben notar que el 6, 7 y 8 ocurren con más frecuencia.

- *¿Por qué piensan que estas sumas ocurren con más frecuencia?*

Ellos deben notar que hay más combinaciones al tirar estos números.

4. Distribuya **BLM 68: Probabilidad** y muestre **BLM 69: Instrucciones de probabilidad** en el retroproyector.

Explique las notaciones de P (tirando una suma de 3). Esta notación se lee como "la probabilidad de tirar una suma de 3 es ____." Muestre cómo encontrar la probabilidad de tirar una suma de 3 con un par de dados. Haga referencia a la última hoja. Los participantes deben notar y apuntar que el número total de resultados posibles al tirar dos dados es 36. Vea la **Nota C**. Algunas personas querrán reducir esto a 1/18. Es mejor que no lo hagan ahora (más tarde los participantes sumarán todas las probabilidades).

5. Pida a los participantes que completen la hoja de probabilidad. Vea la **Nota D**. Pregunte:

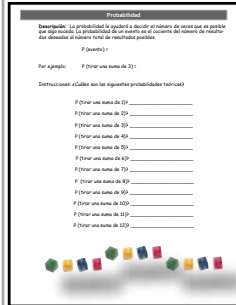
- *¿Qué significa $P(\text{lanzar un } 7) = 6/36$? ¿Aproximadamente qué tan seguido puede esperar uno lanzar una suma de 7?*
- *¿Dónde pondría esto en la línea de nunca a siempre?*
- *¿Qué significa $0/36$? ¿Dónde pondría esto en la línea de nunca a siempre?*
- *¿Cuál sería más fácil ¿lanzar una suma de 10 o lanzar una suma de 5? ¿Cómo lo saben?*
- *Encuentren dos sumas que tienen la misma posibilidad de ser lanzadas.*
- *¿Qué creen que pasaría si sumamos todas las posibilidades en la tabla de la probabilidad?*

Pida a los participantes que hagan esto. Ellos descubrirán que la suma es 36/36 o un entero.

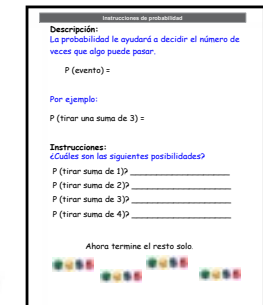
- *¿Cómo relaciona la suma de uno a nuestra línea de nunca a siempre?*

Notas

BLM 68: Hoja



BLM 69: Transparencia



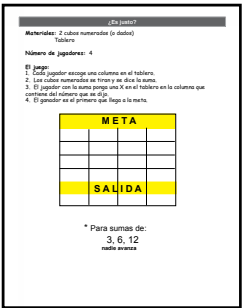
C. Nota:

$$\frac{\# \text{ de sumas de } 3}{\text{total de resultados posibles}} = \frac{2}{36}$$

D. Nota:

- P (tirando una suma de 1)? 0/36
- P (tirando una suma de 2)? 1/36
- P (tirando una suma de 3)? 2/36
- P (tirando una suma de 4)? 3/36
- P (tirando una suma de 5)? 4/36
- P (tirando una suma de 6)? 5/36
- P (tirando una suma de 7)? 6/36
- P (tirando una suma de 8)? 5/36
- P (tirando una suma de 9)? 4/36
- P (tirando una suma de 10)? 3/36
- P (tirando una suma de 11)? 2/36
- P (tirando una suma de 12)? 1/36

Actividades

Parte 4: Calcular la probabilidad (continuación)	Notas
<p>Volviendo a nunca y siempre, uno significaba que siempre ocurrirá. Significa que siempre se tirará la suma de 2 - 12.</p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Qué notan en nuestra línea? <p>Algunas ideas pueden ser: cada uno de los denominadores es 36, otra vez los numeradores van de pequeños a grandes y de grandes a pequeños, y las fracciones son todas menos de uno (o menos de 1/2).</p>	
Parte 5: Crear un juego justo (10 minutos)	
<p>1. Pregunte:</p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Todos tienen la posibilidad de ganar en el juego de carrera de caballos? <p>Ya los participantes deben darse cuenta que hay algunos números que tienen más posibilidades que otros. Explique que en un juego justo la probabilidad de ganar es la misma para cada jugador. Déles un ejemplo de una carrera de dos caballos: #2 y #12. ¿Es éste un juego justo? Los participantes deben ver que las probabilidades son iguales, por eso, es un juego justo. Diga a los participantes que los jugadores pueden tener más de un caballo en cada columna. Por ejemplo, digamos que un jugador tiene el caballo 2 y 3 en su columna y que cada uno adelanta cada vez que se lanzan los dados. Diga:</p> <ul style="list-style-type: none"> Vamos a ver una carrera nueva y veremos si es una carrera justa. <p>Distribuya BLM 70: ¿Es justo? Pida a los participantes que experimenten con la hoja para determinar si es justo o no. Algunos la evaluarán matemáticamente usando probabilidades. Otros querrán jugarlo. Necesitarán cubos numerados (o dados). Antes de hablarlo, recoja los cubos numerados o dados. Después de 10 minutos dígalos que paren y pida que compartan sus ideas. Anote las ideas en una transparencia. Ellos deberían haber descubierto que sí es un juego justo, porque en teoría, cada jugador tiene una probabilidad combinada de 7/36. Los que jugaron probablemente no tengan una idea tan clara de lo justo que es este juego. A la larga, debe ser justo pero con cada juego individual, los resultados varían.</p>	<p>BLM 70: Hoja</p>  <p>The worksheet includes the following text: Título: ¿Es justo? Materiales: 2 cubos numerados (o dados) Tubo Número de jugadores: 4 El juego: 1. Cada jugador escoge una columna en el tablero. 2. Los cubos numerados se tiran y se dice la suma. 3. El jugador con la suma menor que X es el primero en la columna que comienza del tablero que es 0. 4. El ganador es el primero que llega a la meta. * Para sumas de: 3, 6, 12 nada avanza </p>

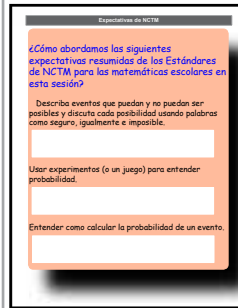
Actividades

Parte 6: Conexiones (10 minutos)

- Hable de cómo se enseña la probabilidad en el salón de clases. Es importante que ahora hable sobre ideas del plan de estudios de su distrito y cómo éstas están relacionadas a la probabilidad.
- Muestre la transparencia **BLM 71: Expectativas de NCTM** para hacer conexiones sobre los temas de esta sesión, sus ejemplos del plan de estudios y los estándares de NCTM que traten los temas de probabilidad. Distribuya la hoja **BLM 71: Expectativas de NCTM** y pida a los participantes que discutan en sus grupos cómo los temas de los estándares fueron cubiertos en esta sesión. Pida a los grupos que compartan sus ideas.

Notas

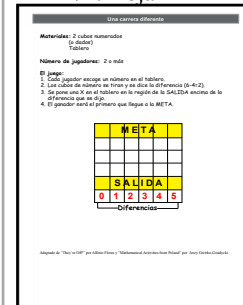
BLM 71: Transparencia / Hoja



Parte 7: Aplicaciones para la casa (10 minutos)

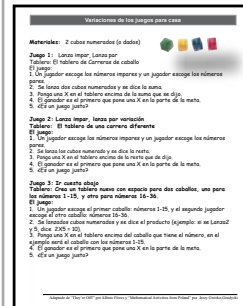
- Proponga que los participantes cambien la carrera de caballos para que los dos cubos numerados sean restados en lugar de ser sumados. Si se tira un 6 y un 4, el jugador con el número 2 pondrá un x en el tablero arriba del 2. El tablero tiene 0, 1, 2, 3, 4, y 5. **BLM 71: Una Carrera Diferente** tiene las instrucciones y el tablero para este juego.

BLM 72: Hoja

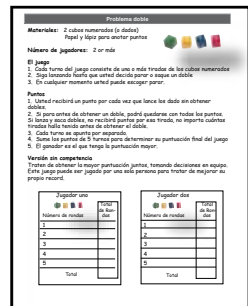


- Distribuya **BLM 73: Variaciones de los juegos para casa** y **BLM 74: Problema Doble** para que lo jueguen en casa. Estos son juegos que usan probabilidad. Si lo desean, los participantes pueden resolver las probabilidades con sus familias y crear nuevas versiones de los juegos.

BLM 73: Hoja



BLM 74: Hoja



- Los participantes pueden buscar maneras en las que se usa la probabilidad en su vida diaria.

Parte 8: Cierre (5 minutos)

- Distribuya los premios de las actividades de estimación.
- Si su distrito no tiene un formulario de evaluación, puede querer usar una reflexión parecida a:
 - ¿Qué aprendió hoy?
 - ¿Qué hará ahora con su hijo(a) como resultado de esta sesión?
- Agradezca a los participantes por su asistencia a pesar de que tienen horarios ocupados.